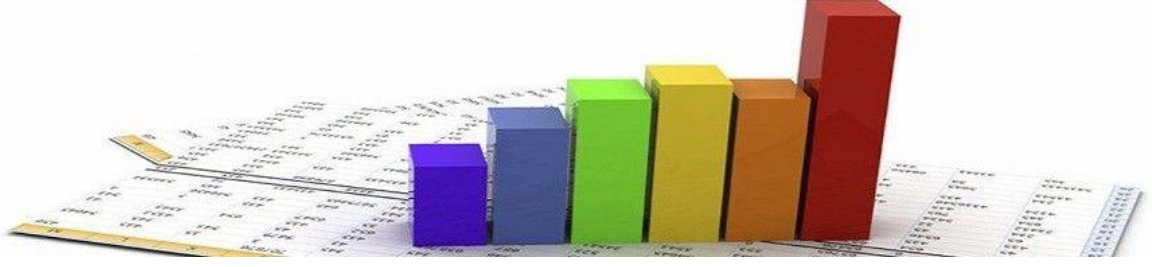


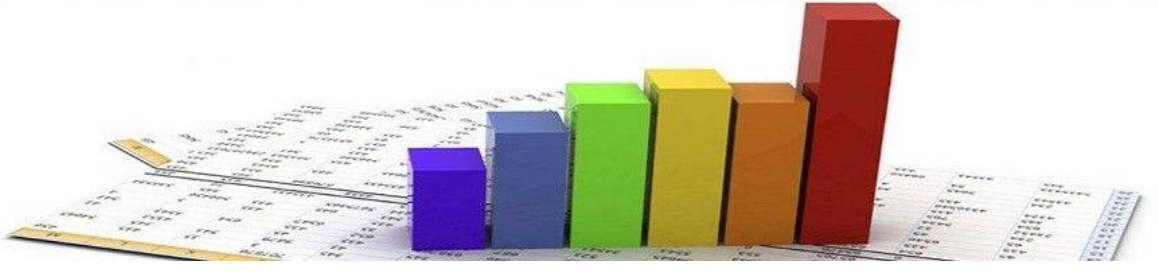
शैक्षणिक संदर्भ अंक १३५ (एप्रिल - मे २०२२)



अंक सांगती गोष्टी

लेखक : एस. अनंतनारायणन

अनुवाद : यशश्री पुणेकर



अंक सांगती गोष्टी

लेखक : एस. अनंतनारायणन

अनुवाद : यशश्री पुणेकर

एरवी सामान्य वाटणाच्या संख्या काही वेळा अतिशय असामान्य गुणधर्म दाखवतात. बंगळूरू इथल्या 'भारतीय प्रबंधन संस्थान' इथे भारतीय रेल व्हील कारखान्याच्या वार्षिक बैठकीत निर्णय विज्ञान आणि माहिती प्रणालीचे सदस्य आणि गणितज्ञ प्रा. शंकर वेंकटगिरी यांनी संख्यांच्या विशिष्ट गुणधर्मांविषयी सांगितलं. बनावट/नकली मालाच्या तपासात आणि वेगवेगळ्या कारभारात या गुणधर्मांचा उपयोग होतो.

संख्यांचा असाच एक अगदी कमी माहिती असलेला गुणधर्म म्हणजे – **कोणत्याही नैसर्गिक प्रक्रियेत संख्येच्या पहिल्या अंकाचे वितरण एक समान असत नाही.**

संख्येच्या पहिल्या अंकाच्या जागी ८ व ९ सारख्या मोठ्या अंकांपेक्षा १ व २ सारखे लहान अंक जास्त प्रमाणात दिसतात. उदाहरणार्थ, पर्वतांची उंची फुटात, इमारतींची मीटर मध्ये सांगताना ती काही शेकडा किंवा हजारात असते. (१२३३५, ८३२२ किंवा ६३४५) इथे पहिला अंक १, ८ आणि ६ आहे. हा पहिला अंक १ ते ९ मध्ये समान स्वरूपात वितरीत होण्याऐवजी कोणत्यातरी एका बाजूला असण्याची शक्यता जास्त असते का?

आपल्याला वाटतं की १ ते ९ मधील सर्व अंक पहिल्या जागी असण्याची शक्यता



स्रोत :

<https://www.journalofaccountancy.com/issues/2017/apr/excel-and-benfords-law-to-detect-fraud.html>

समान असायला हवी कारण या संख्या खूप मोठ्या मर्यादित(रेंज) पसरल्या आहेत. प्रा. वेंकटगिरी यांनी सांगितलं की हे नेमकं या सहज वाटणाऱ्या समजुतीच्या विरुद्ध आहे. त्यांनी सांगितलं की बेनफोर्ड नियमानुसार पहिल्या जागी १ हा अंक ३०.१ % वेळेला असतो तर ९ हा अंक फक्त ४.६ % वेळेला असतो. चित्रात दिसतंय की १ अंक किती जास्त प्रमाणात पहिल्या जागी आहे आणि कसा हा आलेख कमी

होत ३०.१ पासून ४.६ पर्यंत पोहोचतो आहे.

बेनफोर्डचा नियम

कोणत्याही संख्येचा लॉगॅरिदम 0 ते १ च्या दरम्यान असतो. कॅल्क्युलेटर आणि कॉम्प्युटरच्या आधी लॉगॅरिदम टेबलचा उपयोग विज्ञान आणि तंत्रज्ञानाच्या क्षेत्रात अनेक वर्षे केला गेला.

१८८१ मध्ये खगोलतज्ञ सायमन न्युकॉम्ब यांच्या एक महत्त्वपूर्ण गोष्ट लक्षात आली. त्यांना आढळलं की लॉगॅरिदम पुस्तिकेच्या सुरुवातीची पानं अतिवापरामुळे फाटली आहेत आणि नंतरची पानं मात्र सुस्थितीत आहेत. याचाच अर्थ असा की वैज्ञानिक कामासाठी १ आणि २ सारख्या छोट्या अंकांनी सुरु होणाऱ्या संख्यांचा जास्त उपयोग होतो. ८ आणि ९ ने सुरु होणाऱ्या संख्या तुलनेने कमी उपयोगात आहेत.

भौतिकशास्त्रज्ञ फ्रँक बेनफोर्ड यांच्या हीच गोष्ट १९३८ मध्ये लक्षात आली आणि त्यांनी अनेक संख्यांचा या दृष्टीने अभ्यास केला. ३३५ नद्यांच्या काठांचं क्षेत्रफळ, अमेरिकेतील ३३५९ वस्त्यांची लोकसंख्या, १०४ भौतिक स्थिरांक, १८०० अणुभार, एका गणिताच्या पुस्तकातील ५००० गणितं, ३४२ अमेरिकन शास्त्रज्ञांचे पत्ते, रीडर्स डायजेस्ट मधील ३०८ संख्या, ४१८ मृत्युदर अशा अनेक प्रकारच्या संख्यांचं विश्लेषण त्यांनी केलं. आणि त्यानंतर त्यांनी 'बेनफोर्ड नियम' मांडला.

या नियमाला अनेक वेळा सिद्ध केलं गेलंय की पहिल्या स्थानी नेहमी छोटे अंक जास्त वेळा असतात. एखाद्या जिल्ह्यातील तलावांचं क्षेत्रफळ, एखाद्या गावाची किंवा

वाडीची लोकसंख्या, जन्म-मृत्यू दर, विजेचं बील, वस्तूंच्या किमती वगैरे या मधून हे समजतं. लक्षात घेण्यासारखी गोष्ट म्हणजे या संख्या नैसर्गिकरीत्याच अशा असतात. किंवा असं म्हणता येईल की या संख्या तयार होताना पहिला अंक कोणता असेल यावर कसलाही प्रभाव नाही. उदाहरणार्थ, १२ वर्षांच्या मुलांची उंची आपण इंचात सांगत नाही, ती आपण सेंटीमीटर किंवा फुटात सांगतो. ती साधारण ५० ते ६० इंच असू शकेल. इथे ५ हा अंक सर्वात जास्त वेळा येईल.

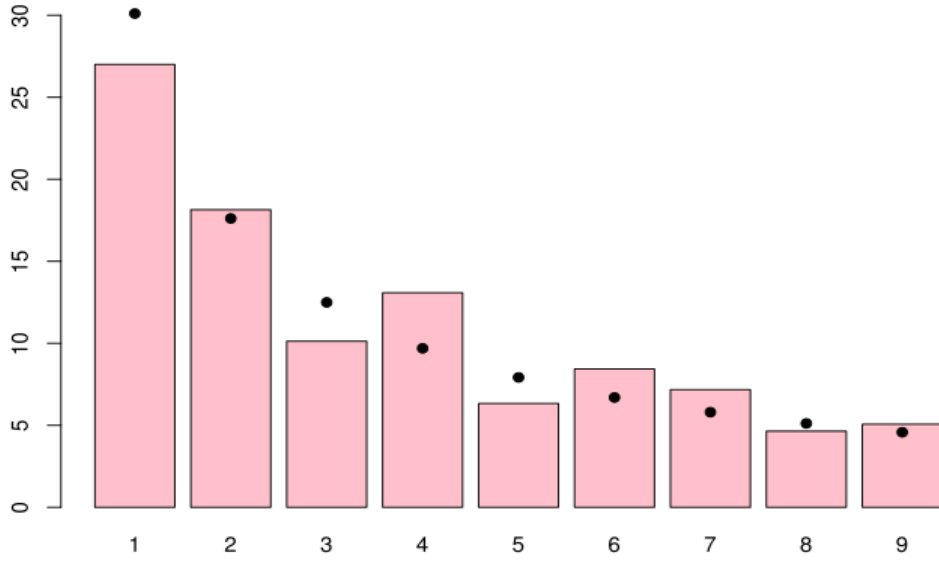


फ्रँक बेनफोर्ड
अमेरिकन भौतिकशास्त्रज्ञ
स्रोत :- विकिपिडिया

सेंटीमीटरमध्ये साधारण १२५ ते १५० सें.मी. असेल आणि इथे १ हा अंक जास्त वेळा दिसेल. काहीवेळा आकडे एककावर अवलंबून असतात. आपण एककांची निवडही १, २, ३ इ. असे अंक सुरुवातीला येतील अशी करतो का? म्हणजे यात काही आपल्या पूर्वग्रहदूषित दृष्टिकोनाचा पण हात आहे का? तलावाचं क्षेत्रफळ चौरस मीटर मध्ये काही शेकडा ते हजारच्या पटीत असू शकतं.

संख्यांमध्ये पहिला अंक मोठा असण्याऐवजी छोटा अंक अधिक वेळा असतो हे आपल्याला अविश्वसनीय किंवा आश्चर्यकारक वाटतं पण थोड्या स्पष्टीकरणाने ते समजून घेता येईल. १ हा अंक पहिल्या जागी १ या संख्येत तर आहेच आणि १०-१९ मध्ये, १००-१९९ मध्ये, १०००-१९९९ मध्ये पहिल्या जागी येतो. असाच २ हा अंक पहिल्या जागी २, २-२९, २००-२९९...मध्ये येईल.

१ हा अंक जेव्हा प्रथम पहिल्या जागी येतो त्यानंतर तो ९ संख्यांच्या नंतर पुन्हा पहिल्या जागी येतो. पुढे ८० संख्यांच्या नंतर येतो. पण २ हा अंक पहिल्या जागी पुन्हा येण्यासाठी सुरुवातीला १८ संख्या आणि नंतर १७० संख्या पार कराव्या लागतात. पुनरावृत्तीचं अंतर जसजसे अंक वाढत जातील तसतसं वाढत जातं. ९ या अंकाच्या पुनरावृत्ती साठी सुरुवातीला ९० संख्या आणि त्यानंतर ७९९ संख्यांचं अंतर पडतं. म्हणजे १ साठी ८० संख्या आणि त्याच्या दसपट नऊ साठी ७९९. आपण पुढे पुढे जाताना मोठी संख्या पहिल्या जागी येण्याचं अंतर वेगात वाढत जातं.



जगातील देशांची लोकसंख्या वापरून दर्शवलेला बेनफोर्डच्या नियमाचा आलेख. हा आलेख त्यांच्या लोकसंख्येचा पहिला अंक म्हणून संबंधित अंक असलेल्या देशांची टक्केवारी दर्शवितो. उदाहरणार्थ, २३७ पैकी ६४ (=२७ %) देशांमध्ये लोकसंख्येचा पहिला अंक १ आहे. काळे बिंदू बेनफोर्डच्या नियमाने काय भाकीत केले आहे ते सूचित करत आहेत. स्रोत :- <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Benfords law illustrated by world%27s countries population.svg>

व्यावहारिक उपयोग

अमर्याद असलेल्या या संख्या बेनफोर्ड नियमाचे पालन करतात हे यावरून दिसून येतं. एक अगदी साधा निकष म्हणजे कोणत्याही तांत्रिक माहितीमध्ये मिळालेल्या संख्या बेनफोर्ड नियमाचे पालन करतात की नाही हे चटकन ओळखता येतं.

उदाहरणार्थ, बँकेत बँक बॅलन्सवर प्रतिदिन व्याजाचा एखादा गैरव्यवहार होतो. गुन्हेगार बँकेच्या सिस्टीममध्ये फेरफार करून हजारो खात्यांच्या व्याजात एका छोट्या आकड्याचा समावेश करतो आणि हे सगळं व्याज एका वेगळ्याच खात्यात जमा करतो. तिथून पैसे काढून पोबारा करतो. बँकेत बेनफोर्ड नियम शोधणारं मशीन असेल तर संख्यांच्या अजून काही गुणधर्मांचा आधार घेऊन पहिल्या अंकाची नियमित पडताळणी होत राहिल. सगळं नीट असेल तर संख्या बेनफोर्ड नियम पाळतील. काही गडबड असेल तर संख्यांच्या पुनरावृत्तीमध्ये फरक जाणवेल आणि जागेवरच हा गैरव्यवहार उघडकीस आणता येईल.

सर्वेक्षणामधून जमा केलेल्या माहितीमध्ये सुद्धा याचा उपयोग होऊ शकतो. प्रामाणिकपणे केलेल्या सर्वेक्षणांच्या आकड्यांचे गुणधर्म हे मनाने लिहिलेल्या किंवा चुकीच्या पद्धतीने मिळवलेल्या आकड्यांमध्ये दिसत नाहीत. आकड्यांच्या सांख्यिकीय विश्लेषणावरून काय सुधारणा आवश्यक आहेत याचा शोध घेता येतो. अशा प्रकारचा तपास सांख्यिकीय गुणवत्ता परीक्षण आणि सुरक्षेसंबंधी गोष्टींमध्ये अत्यावश्यक असतो.

निवडणूकांच्या निकालांच्या आकडेवारीच्या विश्लेषणासाठी सांख्यिकी शास्त्रज्ञ बेनफोर्डची कायदा-चाचणी वापरतात. असे विश्लेषण निवडणूक निकालांमधील

अनियमितता ओळखण्याची एक साधी पद्धत मानली जाते. बेनफोर्डचा नियम, लेखा आणि आर्थिक क्षेत्रातील माहितीचे विश्लेषण आणि हाताळणीचे मूल्यांकन करण्यासाठी एक उपयुक्त पद्धत म्हणून सातत्याने ओळखला जातो.

हिंदी संदर्भ अंक १२३ मधून साभार.

§§§

लेखक : एस्. अनंतनारायणन, विज्ञान लेखक, औद्योगिक विवादातील वकील आणि सल्लागार.

हिंदी अनुवाद : सुशील जोशी, एकलव्यच्या स्रोत फिचर मध्ये सहभागी, विज्ञान शिक्षण आणि लेखनात रुची.

मराठी अनुवाद : यशश्री पुणेकर, संदर्भ गटात सहभागी.

इ. मेल : yashashreegpunekar@gmail.com

(कळीचे शब्द : बेनफोर्डचा नियम, त्याचे व्यावहारिक उपयोग, सांख्यिकीय विश्लेषण)

शैक्षणिक संदर्भ द्वैमासिकाविषयी

शैक्षणिक संदर्भ हे पालकनीती परिवाराचे द्वैमासिक ऑगस्ट १९९९ पासून संदर्भ सोसायटी प्रकाशित करत आहे. मराठीतून चांगले विज्ञान वाचायला मिळावे, शालेय व महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांच्या कुतूहलाला प्रोत्साहन मिळावे, अनुभवांना जोडून असलेल्या विज्ञानाची सहज ओळख व्हावी आणि समाजात वैज्ञानिक दृष्टिकोन वाढावा, हे याचे उद्देश आहेत.

२०१८ सालापासून आम्ही शैक्षणिक संदर्भची छापील आवृत्ती न काढता इ-अंक प्रकाशित करत आहोत व इमेल आणि व्हॉट्सॅपच्या माध्यमातून वाचकांपर्यंत पोहोचवत आहोत.

आपल्याला आमचे अंक वाचायचे असल्यास आपला इ-मेल पत्ता आणि व्हॉट्सॅप क्रमांक(ऐच्छिक) आम्हाला sandarbh.marathi@gmail.comवर पाठवावा. दर आठवड्याला एक लेख व दर दोन महिने पूर्ण झाल्यावर आठ लेखांचा एकत्रित एक अंक असे आपल्याला पीडीएफ स्वरूपात मिळतील.

www.sandarbhsociety.org या वेबसाईटला जरूर भेट द्या. जुने अंकही त्यावर पीडीएफ स्वरूपात उपलब्ध आहेत.

हा उपक्रम विनामूल्य आहे, पण आपण आपला सहभाग ऐच्छिक देणगी रूपात संदर्भ सोसायटीकडे पाठवू शकता. अधिक माहिती वेबसाइटवर उपलब्ध आहे.

- संपादक मंडळ, शैक्षणिक संदर्भ व विश्वस्त मंडळ, संदर्भ सोसायटी